

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

—o0o—

NGUYỄN THU MY

BÀI TOÁN TỐI ƯU VỚI TẬP CHẤP NHẬN
ĐƯỢC LỖI

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2020

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

—o0o—

NGUYỄN THU MY

BÀI TOÁN TỐI ƯU VỚI TẬP CHẤP NHẬN
ĐƯỢC LỖI

Chuyên ngành: Giải Tích
Mã số: 8460102

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
GS.TS. ĐỖ VĂN LƯU

THÁI NGUYÊN - 2020

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu khoa học độc lập của riêng bản thân tôi dưới sự hướng dẫn khoa học của GS. TS. Đỗ Văn Lưu. Các nội dung nghiên cứu, kết quả trong luận văn này là trung thực và chưa từng công bố dưới bất kỳ hình thức nào trước đây.

Ngoài ra, trong luận văn tôi có sử dụng một số kết quả của các tác giả khác đều có trích dẫn và chú thích nguồn gốc. Nếu phát hiện bất kỳ sự gian lận nào tôi xin chịu trách nhiệm về nội dung luận văn của mình.

Thái Nguyên, ngày 15 tháng 3 năm 2020

Tác giả

Nguyễn Thu My

Lời cảm ơn

Trong quá trình học tập và nghiên cứu để hoàn thành luận văn tôi đã nhận được sự giúp đỡ nhiệt tình của người hướng dẫn, GS. TS. Đỗ Văn Lưu.

Tôi cũng muốn gửi lời cảm ơn bộ môn Giải tích, Khoa Toán, đã tạo mọi điều kiện thuận lợi, hướng dẫn, phản biện để tôi có thể hoàn thành tốt luận văn này. Do thời gian có hạn, bản thân tác giả còn hạn chế nên luận văn có thể có những thiếu sót. Tác giả mong muốn nhận được ý kiến phản hồi, đóng góp và xây dựng của các thầy cô, và các bạn.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, ngày 15 tháng 3 năm 2020

Tác giả

Nguyễn Thu My

Mục lục

Lời cam đoan	i
Lời cảm ơn	ii
Bảng ký hiệu	v
Mở đầu	1
1 Các kiến thức bổ trợ	3
1.1. Dưới vi phân suy rộng	3
1.2. Điều kiện chính quy	17
2 Đặc trưng của nón pháp tuyến của tập chấp nhận được và điều kiện tối ưu	20
2.1. Đặc trưng của nón pháp tuyến của tập chấp nhận được	20
2.2. Điều kiện Karush-Kuhn-Tucker	24
2.2.1. Điều kiện Karush-Kuhn-Tucker qua Điều kiện Fritz John	24
2.2.2. Điều kiện Karush-Kuhn-Tucker không qua Điều kiện Fritz John	25
2.2.3. Tính bị chặn của nhân tử Karush-Kuhn-Tucker	28
2.3. Đặc trưng của tập nghiệm	29
2.3.1. Dưới vi phân suy rộng tại điểm tối ưu	29
2.3.2. Xấp xỉ tuyến tính	31
2.3.3. Ví dụ	32

Kết luận	34
Tài liệu tham khảo	36

Bảng ký hiệu

$co \Omega$	bao lồi của tập Ω
$int \Omega$	phần trong của tập Ω
$bd \Omega$	biên của tập Ω
$cl \Omega$	bao đóng của tập Ω
$cone(\Omega)$	nón lồi sinh bởi Ω
$D_{\Omega}(\bar{x})$	nón các phương chấp nhận được của tập Ω tại \bar{x}
$T_{\Omega}(\bar{x})$	nón tiếp tuyến của tập Ω tại \bar{x}
$N_{\Omega}(\bar{x})$	nón pháp tuyến của tập Ω tại \bar{x}
\emptyset	tập rỗng
$h^+(\bar{x}; d)$	đạo hàm theo phương Dini trên của h tại \bar{x} theo phương d
$h'(\bar{x}; d)$	đạo hàm theo phương của h tại \bar{x} theo phương d
$h^{\circ}(\bar{x}; d)$	đạo hàm suy rộng Clarke của h tại \bar{x} theo phương d
$\partial^{\circ}h(\bar{x})$	dưới vi phân Clarke của h tại \bar{x}
(CQ)	điều kiện chính quy
(SCQ)	điều kiện chính quy Slater
$(LICQ)$	điều kiện chính quy độc lập tuyến tính
$(GLCQ)$	điều kiện chính quy Lasserre suy rộng

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Bài toán tối ưu có hàm mục tiêu lồi và các hàm ràng buộc bất đẳng thức lồi, các ràng buộc đẳng thức affine đã được nhiều tác giả nghiên cứu và thu được nhiều kết quả đẹp. Bài toán tối ưu với các hàm ràng buộc không lồi, không khả vi, không Lipschitz địa phương, nhưng có tập chấp nhận được là tập lồi là đề tài được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu.

A. Kabgani và cộng sự [6] đã nghiên cứu bài toán tối ưu không trơn có tập chấp nhận được lồi. Điều kiện Karush-Kuhn-Tucker với các điều kiện chính quy đã thiết lập điều kiện tối ưu cho bài toán tối ưu không trơn với tập chấp nhận được là một tập lồi. Đây là vấn đề nghiên cứu có tính thời sự. Chính vì vậy, tôi chọn đề tài: "Bài toán tối ưu với tập chấp nhận được lồi".

2. Nội dung đề tài

Luận văn trình bày các kết quả nghiên cứu của A.Kabgani, M. Soleimani-damaneh, M.Zamani [6] cho bài toán tối ưu không trơn có tập chấp nhận được lồi bao gồm: đặc trưng cho nón pháp tuyến của tập chấp nhận được, điều kiện tối ưu qua dưới vi phân suy rộng và tính bị chặn của tập các nhân tử Karush-Kuhn-Tucker.

Luận văn bao gồm phần mở đầu, hai chương, kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương 1 với tiêu đề "*Các kiến thức bổ trợ*" trình bày các kết quả về dưới vi phân suy rộng và điều kiện chính quy cho bài toán tối ưu với tập chấp nhận được lồi.

Chương 2 với tiêu đề "*Đặc trưng của nón pháp tuyến của tập chấp nhận được và điều kiện tối ưu*" trình bày các kết quả về đặc trưng của nón pháp tuyến của tập chấp nhận được, điều kiện Karush-Kuhn-Tucker và đặc trưng của tập nghiệm.

Luận văn này được thực hiện tại Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên và hoàn thành dưới sự hướng dẫn của GS.TS. Đỗ Văn Lưu. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới thầy hướng dẫn khoa học của mình, người đã đặt vấn đề nghiên cứu, dành nhiều thời gian hướng dẫn và tận tình giải đáp những thắc mắc của tác giả trong suốt quá trình làm luận văn.

Tác giả cũng đã học tập được rất nhiều kiến thức chuyên ngành bổ ích cho công tác và nghiên cứu của bản thân. Tác giả xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới các thầy giáo, cô giáo đã tham gia giảng dạy lớp cao học Toán K26, nhà trường và các phòng chức năng của trường, khoa Toán, trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã quan tâm và giúp đỡ tác giả trong suốt thời gian học tập tại trường.

Thái Nguyên, ngày 15 tháng 3 năm 2020

Tác giả luận văn

Nguyễn Thu My

Chương 1

Các kiến thức bổ trợ

Chương 1 trình bày một số kiến thức cơ bản về dưới vi phân suy rộng và điều kiện chính quy. Các kiến thức trong chương này được tham khảo trong [1, 2], [5, 6].

1.1. Dưới vi phân suy rộng

Phần này trình bày khái niệm dưới vi phân suy rộng (convexificator), dưới vi phân suy rộng chính quy cho hàm giá trị thực mở rộng của V . Jeyakumar D.T. Luc [5]. Giả sử X là một không gian Banach và $f : X \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ là một hàm giá trị thực mở rộng, trong đó $\overline{\mathbb{R}} := \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$. Không gian đối ngẫu của X được kí hiệu bởi X^* và X^* được trang bị tô pô yếu*. Bao lồi và bao lồi đóng của tập A trong X^* được kí hiệu tương ứng bởi $co(A)$ và $\overline{co}(A)$. Giả sử $x \in X$ tại đó f là hữu hạn.

Định nghĩa 1.1 Đạo hàm theo phương Dini dưới và trên của f tại x theo phương v được định nghĩa tương ứng bởi

$$f^-(x, v) := \liminf_{t \downarrow 0} \frac{f(x + tv) - f(x)}{t},$$
$$f^+(x, v) := \limsup_{t \downarrow 0} \frac{f(x + tv) - f(xt)}{t}.$$

Trong trường hợp $f^+(\bar{x}; v) = f^-(\bar{x}; v)$, giá trị chung của chúng được ký hiệu bởi $f'(\bar{x}; v)$ và được gọi là đạo hàm Dini của f tại \bar{x} theo phương